

data de entrega: 13/05/2010

(1): Considere o esquema Leapfrog (jogo de carniça em inglês) para a equação da onda unidirecional. O método se encontra na bibliografia do curso. Faça a análise de von Neumann indicando a condição de estabilidade do método. Identifique uma situação especial em que mesmo com o fator de amplificação aparentemente cotado a solução numérica pode crescer no tempo.

Qual é a ordem do método? Explique. Você consegue associar o nome do método com sua molécula e (digamos) com a ordem que voce obteve? Em EDOs este método tem "parentesco" com qual? Mostre se este método é dissipativo ou dispersivo?

(2): Faça exemplos no MATLAB mostrando/ilustrando:

(a): "Aliasing".

(b): Como derivar e interpolar uma função ao mesmo tempo. Explique o que voce fez através da transformada de Fourier.

(c): Encontre um exemplo bem simples (pode ser com uma derivada!) para ilustrar o item (c) do teorema versão discreta de Paley-Wiener (EDPN 49), ou seja, sobre precisão espectral.

(3): Mais equação da onda no MATLAB. Experimente e faça um relato dentro das recomendações feitas abaixo.

(3.1): Considere o seu upwind antigo. Teste numericamente a condição CFL, por exemplo violando (ou não) o limite estabelecido. Implemente o método semi-Lagrangeano (SL) correspondente com interpolação linear (a cúbica fica opcional). Sempre usando interpolação(!) (em oposição à extrapolação), ex-

plote os limites além da cota imposta pela CFL indicando que o SL é estável mesmo violando CFL. Até quanto dá para ir?

- (3.2): Adapte o seu upwind para que considere condições de contorno periódicas. Verifique o valor da velocidade de fase numérica com uma onda senoidal e com uma Gaussiana que "caiba" no domínio computacional. O que eu quero dizer por "caiba"? Deixe que a onda "rode" pelo domínio várias vezes.
- (3.2): Monte e implemente um Método Espectral em Fourier para resolver cada um dos seguintes problemas: a equação da onda, a equação do calor ($u_t = \varepsilon u_{xx}$) e a KdV linearizada ($u_t + \varepsilon u_{xxx} = 0$). Verifique as relações de dispersão numericamente. Deixo os detalhes soltos para vocês completarem com o que acharem adequado. OPCIONAL: Comparar a solução numérica com a exata no caso da Gaussiana. Por exemplo usando o comando de convolução do MATLAB.