Composição Eficiente

Leonardo Carvalho

Introdução
- Problema
- Domínio do Gradiente
- Dificuldades

Método eficiente
- Descrição
- Implementação
- Análise
- Resultados

Aplicações

Referências

IMPA
Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

Composição Eficiente no Domínio do Gradiente Usando Quadtrees

Projeto de Processamento de Imagens

Leonardo de Oliveira Carvalho

novembro de 2009

Descrição do Problema

Descrição do Problema

Introdução
Problema
Domínio do Gradiente
Dificuldades
Método eficiente
Descrição
Implementação
Análise
Resultados
Aplicações
Referências

Domínio do Gradiente

- Manter variações das imagens originais.

Introdução
Problema
Domínio do Gradiente
Dificuldades
Método eficiente
Descrição
Implementação
Análise
Resultados
Aplicações
Referências

Domínio do Gradiente

- Manter variações das imagens originais.
- Compor o gradiente das imagens.

Domínio do Gradiente

- Manter variações das imagens originais.
- Compor o gradiente das imagens.
- Integrar

Introdução
Problema
Domínio do Gradiente
Dificuldades
Método eficiente
Descrição
Implementação
Análise
Resultados
Aplicações
Referências

Domínio do Gradiente

- Manter variações das imagens originais.
- Compor o gradiente das imagens.
- Integrar = problema!

Introdução
Problema
Domínio do Gradiente
Dificuldades
Método eficiente
Descrição
Implementação
Análise
Resultados
Aplicações
Referências

Domínio do Gradiente

- Manter variações das imagens originais.
- Compor o gradiente das imagens.
- Integrar = problema!
- Encontrar uma solução próxima

Domínio do Gradiente

- Manter variações das imagens originais.
- Compor o gradiente das imagens.
- Integrar = problema!
- Encontrar uma solução próxima: mínimos quadrados.

Domínio do Gradiente

- Manter variações das imagens originais.
- Compor o gradiente das imagens.
- Integrar = problema!
- Encontrar uma solução próxima: mínimos quadrados.

$$\min_f \iint |\nabla f - v|^2$$

$v =$ composição dos gradientes.

Domínio do Gradiente

- Manter variações das imagens originais.
- Compor o gradiente das imagens.
- Integrar = problema!
- Encontrar uma solução próxima: mínimos quadrados.

$$\min_f \iint |\nabla f - v|^2$$

$v =$ composição dos gradientes.

- Equação de Poisson:

$$\Delta f = \nabla \cdot v$$

Domínio do Gradiente

- Equação de Poisson:

$$\Delta f = \nabla \cdot v$$

Domínio do Gradiente

- Equação de Poisson:

$$\Delta f = \nabla \cdot v$$

- Dentro de cada região Ωi:

$$v|_{\Omega i} = \nabla g_i,$$

Introdução
Problema
Domínio do Gradiente
Dificuldades
Método eficiente
Descrição
Implementação
Análise
Resultados
Aplicações
Referências

Domínio do Gradiente

- Equação de Poisson:

$$\Delta f = \nabla \cdot v$$

- Dentro de cada região Ωi:

$$v|_{\Omega i} = \nabla g_i,$$

logo

$$\nabla \cdot v|_{\Omega i} = \Delta g_i.$$

Domínio do Gradiente

- A equação de Poisson se traduz num sistema linear;

$$\Delta f = \nabla \cdot v$$

$$Ax = b$$

Introdução
Problema
Domínio do Gradiente
Dificuldades
Método eficiente
Descrição
Implementação
Análise
Resultados
Aplicações
Referências

Domínio do Gradiente

- A equação de Poisson se traduz num sistema linear;

$$\Delta f = \nabla \cdot v$$

$$Ax = b$$

onde:

A: operador Laplaciano discreto;

x: imagem;

b: composição dos Laplacianos de cada imagem.

Domínio do Gradiente

- A equação de Poisson se traduz num sistema linear;

$$\Delta f = \nabla \cdot v$$

$$Ax = b$$

onde:

A: operador Laplaciano discreto;

x: imagem;

b: composição dos Laplacianos de cada imagem.

- Imagens grandes;

Domínio do Gradiente

- A equação de Poisson se traduz num sistema linear;

$$\Delta f = \nabla \cdot v$$

$$Ax = b$$

onde:

A: operador Laplaciano discreto;

x: imagem;

b: composição dos Laplacianos de cada imagem.

- Imagens grandes;
- Grande quantidade de variáveis;

Domínio do Gradiente

- A equação de Poisson se traduz num sistema linear;

$$\Delta f = \nabla \cdot v$$

$$Ax = b$$

onde:

A: operador Laplaciano discreto;

x: imagem;

b: composição dos Laplacianos de cada imagem.

- Imagens grandes;
- Grande quantidade de variáveis;
- Ocupa muita memória;

Domínio do Gradiente

- A equação de Poisson se traduz num sistema linear;

$$\Delta f = \nabla \cdot v$$

$$Ax = b$$

onde:

A: operador Laplaciano discreto;

x: imagem;

b: composição dos Laplacianos de cada imagem.

- Imagens grandes;
- Grande quantidade de variáveis;
- Ocupa muita memória;
- Leva um grande tempo para resolver o sistema.

Método eficiente

- Agarwala (2007);

Método eficiente

- Agarwala (2007);
- Observação da diferença entre a solução e a composição simples;

Método eficiente

- Agarwala (2007);
- Observação da diferença entre a solução e a composição simples;

Composição Eficiente
Leonardo Carvalho
Introdução
Problema
Domínio do Gradiente
Dificuldades
Método eficiente
Descrição
Implementação
Análise
Resultados
Aplicações
Referências

Método eficiente

- Agarwala (2007);
- Observação da diferença entre a solução e a composição simples;

Introdução
Problema
Domínio do Gradiente
Dificuldades
Método eficiente
Descrição
Implementação
Análise
Resultados
Aplicações
Referências

Método eficiente

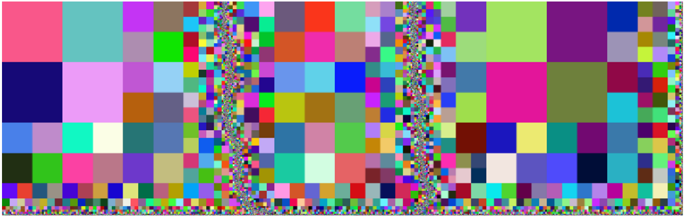
- Agarwala (2007);
- Observação da diferença entre a solução e a composição simples;
- Diferença suave longe das juntas;

Método eficiente

- Agarwala (2007);
- Observação da diferença entre a solução e a composição simples;
- Diferença suave longe das juntas;
- Resolver o sistema procurando a diferença;

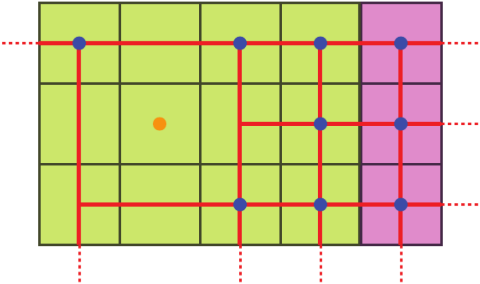
Método eficiente

- Agarwala (2007);
- Observação da diferença entre a solução e a composição simples;
- Diferença suave longe das juntas;
- Resolver o sistema procurando a diferença;
- Dividir o domínio com uma quadtree.



Descrição

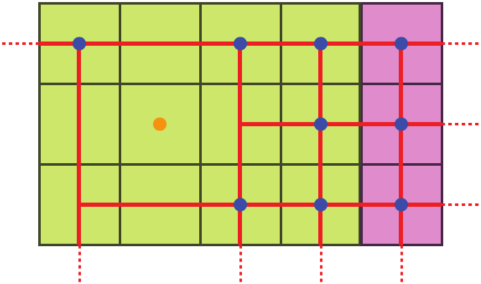
- Subdivisão máxima ao longo das juntas.



Introdução
Problema
Domínio do Gradiente
Dificuldades
Método eficiente
Descrição
Implementação
Análise
Resultados
Aplicações
Referências

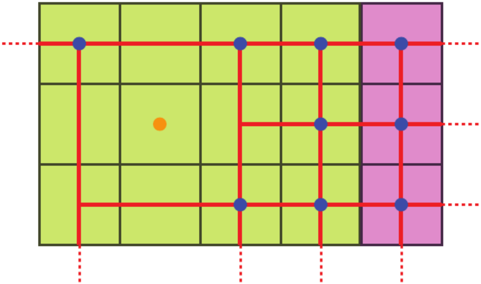
Descrição

- Subdivisão máxima ao longo das juntas.
- Quinas das células centralizadas em pixels;



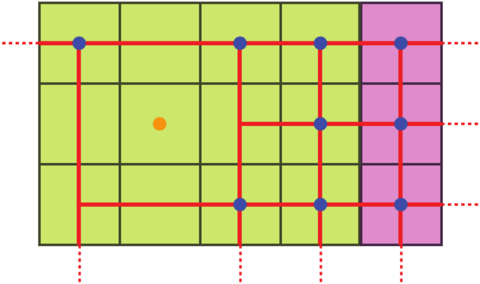
Descrição

- Subdivisão máxima ao longo das juntas.
- Quinas das células centralizadas em pixels;
- Variáveis colocadas nas quinas;



Descrição

- Subdivisão máxima ao longo das juntas.
- Quinas das células centralizadas em pixels;
- Variáveis colocadas nas quinas;
- Pixels interiores são calculados como combinação linear das variáveis.



Descrição

- Equação:

$$Ax = b$$

Introdução
Problema
Domínio do Gradiente
Dificuldades
Método eficiente
Descrição
Implementação
Análise
Resultados
Aplicações
Referências

Descrição

- Equação:

$$Ax = b$$

$$A^T Ax = A^T b (\text{Equação de Poisson})$$

Descrição

- Equação:

$$Ax = b$$

$$A^T Ax = A^T b(\text{Equação de Poisson})$$

- Espaço da diferença:

$$A^T A(x_0 + x_\delta) = A^T b$$

Descrição

- Equação:

$$Ax = b$$

$$A^T Ax = A^T b \text{(Equação de Poisson)}$$

- Espaço da diferença:

$$A^T A(x_0 + x_\delta) = A^T b$$

$$A^T Ax_\delta = A^T A(b - Ax_0)$$

Descrição

- Equação:

$$Ax = b$$

$$A^T Ax = A^T b \text{(Equação de Poisson)}$$

- Espaço da diferença:

$$A^T A(x_0 + x_\delta) = A^T b$$

$$A^T Ax_\delta = A^T A(b - Ax_0)$$

- Espaço reduzido:

$$ASy = b$$

Descrição

- Equação:

$$Ax = b$$

$$A^T Ax = A^T b(\text{Equação de Poisson})$$

- Espaço da diferença:

$$A^T A(x_0 + x_\delta) = A^T b$$

$$A^T Ax_\delta = A^T A(b - Ax_0)$$

- Espaço reduzido:

$$ASy = b$$

$$S^T A^T ASy = S^T A^T b$$

Descrição

- Equação:

$$Ax = b$$

$$A^T A x = A^T b \text{(Equação de Poisson)}$$

- Espaço da diferença:

$$A^T A(x_0 + x_\delta) = A^T b$$

$$A^T A x_\delta = A^T A(b - A x_0)$$

- Espaço reduzido:

$$ASy = b$$

$$S^T A^T A S y = S^T A^T b$$

$$S^T A^T A S y_\delta = S^T A^T (b - A S y_0)$$

Implementação

- Diferenças finitas:

$$f_x(i,j) = f(i+1,j) - f(i,j)$$

$$f_y(i,j) = f(i,j+1) - f(i,j)$$

Introdução
Problema
Domínio do Gradiente
Dificuldades
Método eficiente
Descrição
Implementação
Análise
Resultados
Aplicações
Referências

Implementação

- Diferenças finitas:

$$f_x(i,j) = f(i+1,j) - f(i,j)$$

$$f_y(i,j) = f(i,j+1) - f(i,j)$$

- Laplaciano discreto:

$$\Delta f(i,j) = f(i-1,j)+f(i+1,j)+f(i,j-1)+f(i,j-1)-4f(i,j)$$

Introdução
- Problema
- Domínio do Gradiente
- Dificuldades

Método eficiente
- Descrição
- Implementação
- Análise
- Resultados

Aplicações

Referências

Resolução de sistemas

- Equação linear:

$$Ax = b$$

Resolução de sistemas

- Equação linear:

$$Ax = b$$

- Método iterativo;

Resolução de sistemas

- Equação linear:

$$Ax = b$$

- Método iterativo;
- Gauss-Seidel:

$$Qx^{(k)} = (Q - A)x^{(k-1)} + b$$

Resolução de sistemas

- Equação linear:

$$Ax = b$$

- Método iterativo;
- Gauss-Seidel:

$$Qx^{(k)} = (Q - A)x^{(k-1)} + b$$

$Q =$ parte triangular inferior de A.

Resolução de sistemas

- Equação linear:

$$Ax = b$$

- Método iterativo;
- Gauss-Seidel:

$$Qx^{(k)} = (Q - A)x^{(k-1)} + b$$

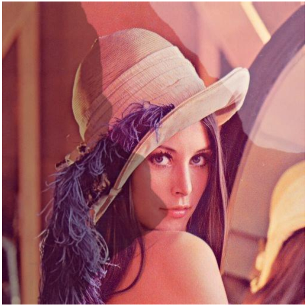
$Q =$ parte triangular inferior de A.

repita
    para *i=1 até n* **faça**
        $x_i = (b_i - \sum_{j=1;j\neq i}^{n} a_{ij}x_j)/a_{ii}$;
    fim
até *"convergir"* ;

Resolução de sistemas

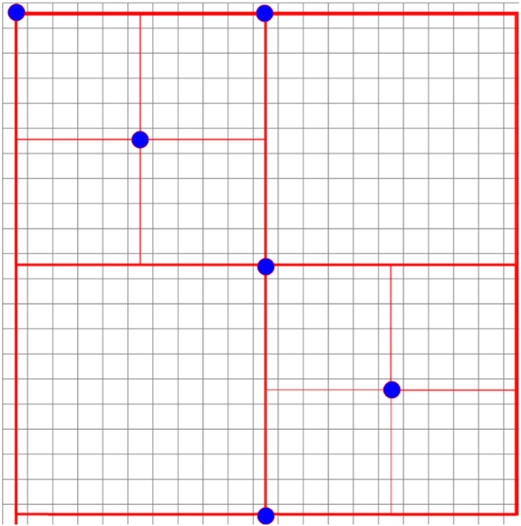
Quando A é o operador Laplaciano discreto:

repita
    para cada *pixel (i,j)* **faça**
        $x_{i,j} = 0.25 \cdot (b_{i,j} - x_{i-1,j} - x_{i+1,j} - x_{i,j-1} - x_{i,j+1});$
    fim
até *"convergir"* ;



Resolução com a quadtree

- Mesma expressão para resolver o sistema.
- Valores dos vizinhos calculados como combinação linear das variáveis.



Introdução
- Problema
- Domínio do Gradiente
- Dificuldades

Método eficiente
- Descrição
- Implementação
- Análise
- Resultados

Aplicações

Referências

Problema!

- Gauss Seidel demora a convergir em regiões suaves.

Problema!

- Gauss Seidel demora a convergir em regiões suaves.
- Método mais adequado: Gradiente Conjugado.

Análise do método

- Seja $n = wh$, tamanho da imagem.

Composição Eficiente

Leonardo Carvalho

Introdução
Problema
Domínio do Gradiente
Dificuldades

Método eficiente
Descrição
Implementação
Análise
Resultados

Aplicações

Referências

Análise do método

- Seja $n = wh$, tamanho da imagem.
- Seja $m =$ número de nós folhas da quadtree.

Introdução
Problema
Domínio do Gradiente
Dificuldades
Método eficiente
Descrição
Implementação
Análise
Resultados
Aplicações
Referências

Análise do método

- Seja $n = wh$, tamanho da imagem.
- Seja $m =$ número de nós folhas da quadtree.
- Não é preciso carregar toda a imagem na memória.

Introdução
- Problema
- Domínio do Gradiente
- Dificuldades

Método eficiente
- Descrição
- Implementação
- Análise
- Resultados

Aplicações

Referências

Análise do método

- Seja $n = wh$, tamanho da imagem.
- Seja $m =$ número de nós folhas da quadtree.
- Não é preciso carregar toda a imagem na memória.
- Pode-se ler cada linha da imagem direto do arquivo, obtendo-se os dados necessários.

Análise do método

- Seja $n = wh$, tamanho da imagem.
- Seja $m =$ número de nós folhas da quadtree.
- Não é preciso carregar toda a imagem na memória.
- Pode-se ler cada linha da imagem direto do arquivo, obtendo-se os dados necessários.
- Solução final pode ser encontrada por partes.

Análise do método

- Seja $n = wh$, tamanho da imagem.
- Seja $m =$ número de nós folhas da quadtree.
- Não é preciso carregar toda a imagem na memória.
- Pode-se ler cada linha da imagem direto do arquivo, obtendo-se os dados necessários.
- Solução final pode ser encontrada por partes.
- Memória necessária: $O(m)$.

Resultados

Tamanho: 1000, 532.

Resultados

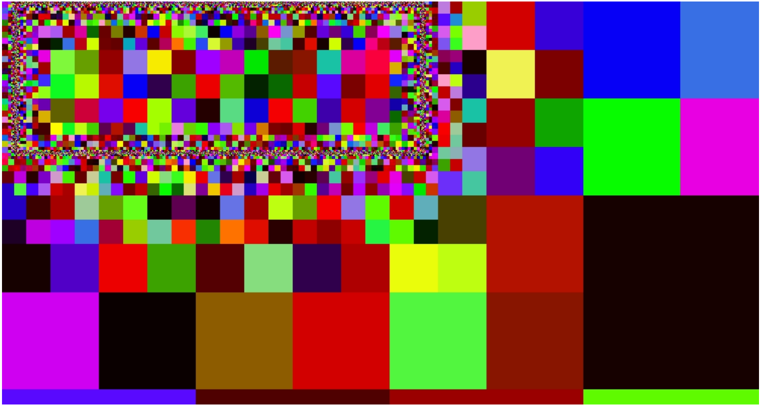
Tamanho: 1000, 532.
Método Simples: 7.33s, 610 iterações.

Introdução
Problema
Domínio do Gradiente
Dificuldades
Método eficiente
Descrição
Implementação
Análise
Resultados
Aplicações
Referências

Resultados

Tamanho: 1000, 532.
Com Quadtree: 1.98s, 452 iterações, 8398 variáveis.

Resultados



Tamanho: 1000, 532.
Com Quadtree: 1.98s, 452 iterações, 8398 variáveis.

Resultados

Tamanho: 1000, 532.

Introdução
Problema
Domínio do Gradiente
Dificuldades
Método eficiente
Descrição
Implementação
Análise
Resultados
Aplicações
Referências

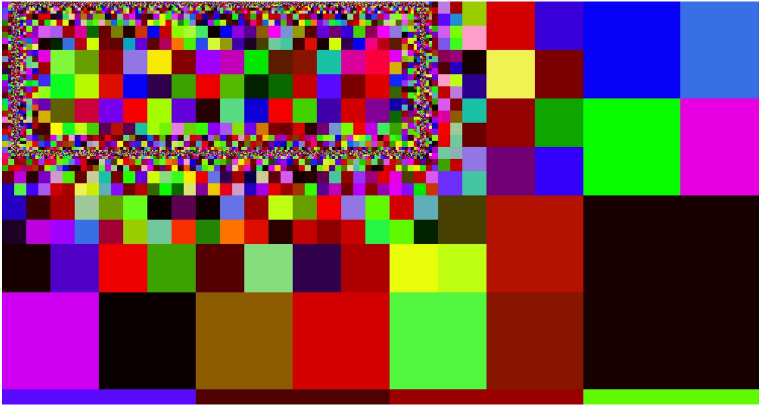
Resultados

Tamanho: 1000, 532.
Método Simples: 17.88s, 712 iterações.

Resultados

Tamanho: 1000, 532.
Com Quadtree: 8.93s, 604 iterações, 8398 variáveis.

Resultados



Tamanho: 1000, 532.
Com Quadtree: 8.93s, 604 iterações, 8398 variáveis.

Introdução
Problema
Domínio do Gradiente
Dificuldades
Método eficiente
Descrição
Implementação
Análise
Resultados
Aplicações
Referências

Resultados

Tamanho: 5762, 1808.

Introdução
Problema
Domínio do Gradiente
Dificuldades
Método eficiente
Descrição
Implementação
Análise
Resultados
Aplicações
Referências

Resultados

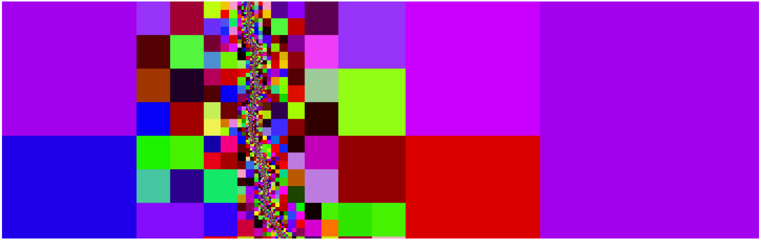
Tamanho: 5762, 1808.
Método Simples: 124.85s, 331 iterações.

Introdução
Problema
Domínio do Gradiente
Dificuldades
Método eficiente
Descrição
Implementação
Análise
Resultados
Aplicações
Referências

Resultados

Tamanho: 5762, 1808.
Com Quadtree: 10.58s, 496 iterações, 12821 variáveis.

Resultados



Tamanho: 5762, 1808.
Com Quadtree: 10.58s, 496 iterações, 12821 variáveis.

Resultados

Tamanho: 5762, 1808.

Introdução
Problema
Domínio do Gradiente
Dificuldades
Método eficiente
Descrição
Implementação
Análise
Resultados
Aplicações
Referências

Resultados

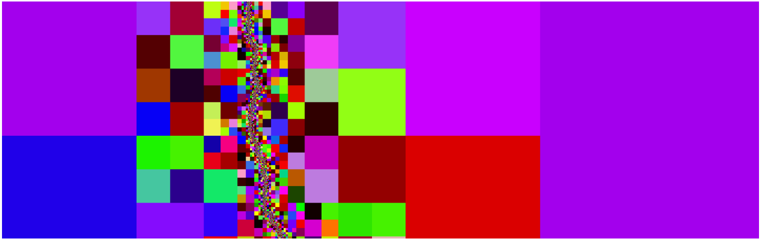
Tamanho: 5762, 1808.
Método Simples: 419.92s, 381 iterações.

Introdução
Problema
Domínio do Gradiente
Dificuldades
Método eficiente
Descrição
Implementação
Análise
Resultados
Aplicações
Referências

Resultados

Tamanho: 5762, 1808.
Com Quadtree: 22.67s, 542 iterações, 12821 variáveis.

Resultados



Tamanho: 5762, 1808.
Com Quadtree: 22.67s, 542 iterações, 12821 variáveis.

Resultados

Tamanho: 2000, 1600.

Introdução
- Problema
- Domínio do Gradiente
- Dificuldades

Método eficiente
- Descrição
- Implementação
- Análise
- Resultados

Aplicações

Referências

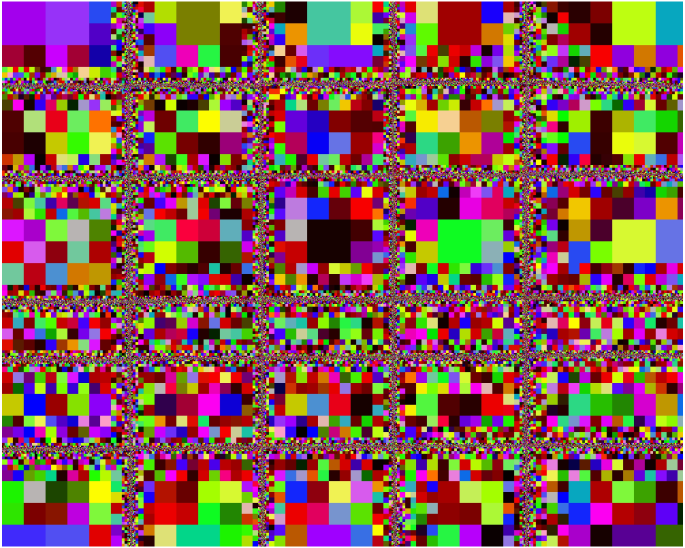
Resultados

Tamanho: 2000, 1600.
Método Simples: 48.57s, 681 iterações.

Resultados

Tamanho: 2000, 1600.
Com Quadtree: 87.75s, 1514 iterações, 96352 variáveis.

Resultados



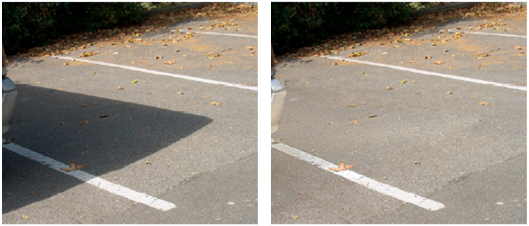
Tamanho: 2000, 1600.
Com Quadtree: 87.75s, 1514 iterações, 96352 variáveis.

Outras aplicações

- Identificação de regiões onde o gradiente do resultado seja próximo ao gradiente inicial.

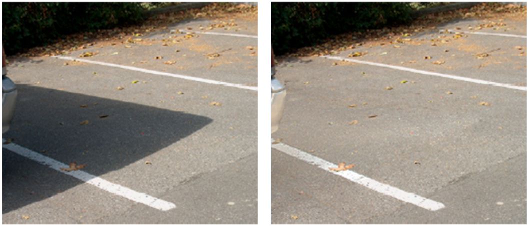
Outras aplicações

- Identificação de regiões onde o gradiente do resultado seja próximo ao gradiente inicial.
- Remoção de sombras.

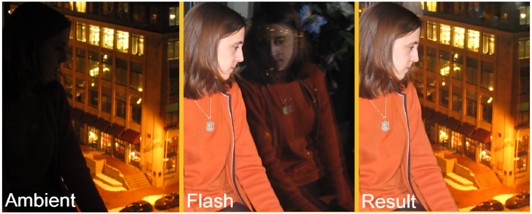


Outras aplicações

- Identificação de regiões onde o gradiente do resultado seja próximo ao gradiente inicial.
- Remoção de sombras.



- Remoção de reflexos em imagens com flash (Agrawal et al, 2005)



Referências

Aseem Agarwala.
Efficient gradient-domain compositing using quadtrees.
ACM Trans. Graph., 26(3):94, 2007.

Amit Agrawal, Ramesh Raskar, Shree K. Nayar, and Yuanzhen Li.
Removing photography artifacts using gradient projection and flash-exposure sampling.
ACM Trans. Graph, pages 828–835, 2005.

P. Pérez, M. Gangnet, and A. Blake.
Poisson image editing.
ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH'3), 22(3):313–318, 2003.